

TEORIA DA COMPUTAÇÃO

AUTÔMATOS FORMAIS NÃO- DETERMINISTICOS

Determinismo X Não-Determinismo

Os AFs que vimos até agora funcionam assim: quando a máquina está em um dado estado e lê o próximo símbolo de entrada, sabemos qual será o próximo estado, está determinado. Chamamos isso de computação determinística.

Determinismo X Não-Determinismo

Em um autômato finito não-determinístico (AFN), várias escolhas podem existir para o próximo estado em qualquer ponto.

Determinismo X Não-Determinismo

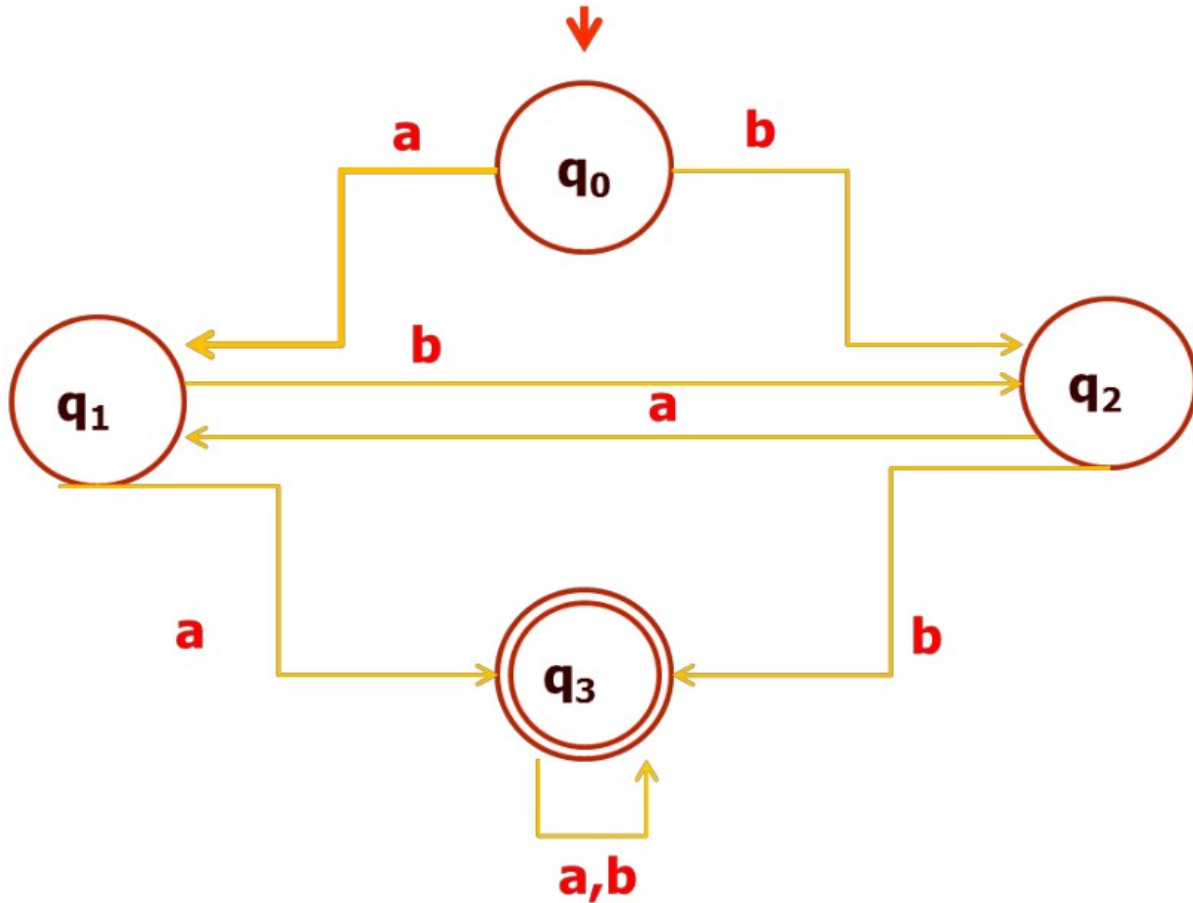
Algumas diferenças práticas:

- Em um AFN um estado pode ter zero, uma ou várias setas saindo para cada símbolo do alfabeto.

Determinismo X Não-Determinismo

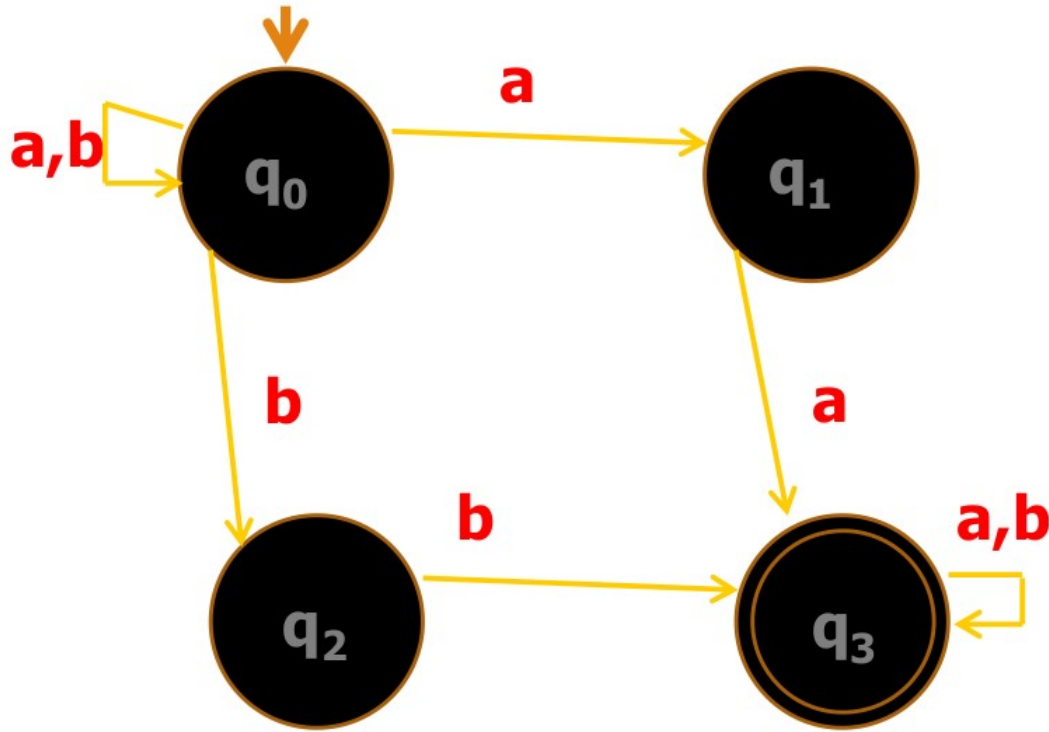
Considere um AFN N que aceita as cadeias sobre o alfabeto $\{a,b\}$ que possuem aa ou bb como subcadeia.

Determinismo X Não-Determinismo



Todo estado de um AFD sempre tem exatamente uma seta de transição saindo para cada símbolo do alfabeto

Determinismo X Não-Determinismo



Em um AFN um estado pode ter zero, uma ou muitas setas saindo para cada símbolo do alfabeto.

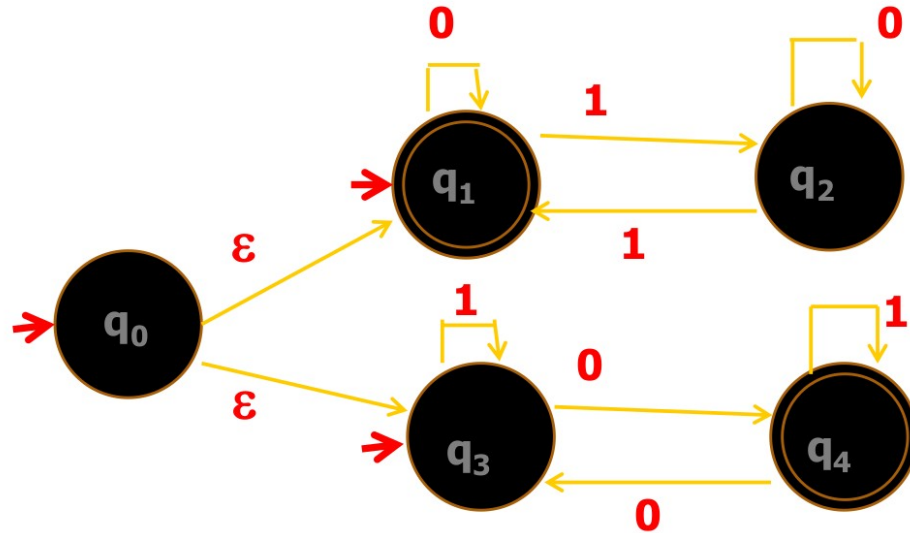
Determinismo X Não-Determinismo

Algumas diferenças práticas:

- Em geral, um AFN pode ter setas rotuladas com membros do alfabeto ou com ϵ .
- Zero uma ou mais setas podem sair de cada estado com o rótulo ϵ .

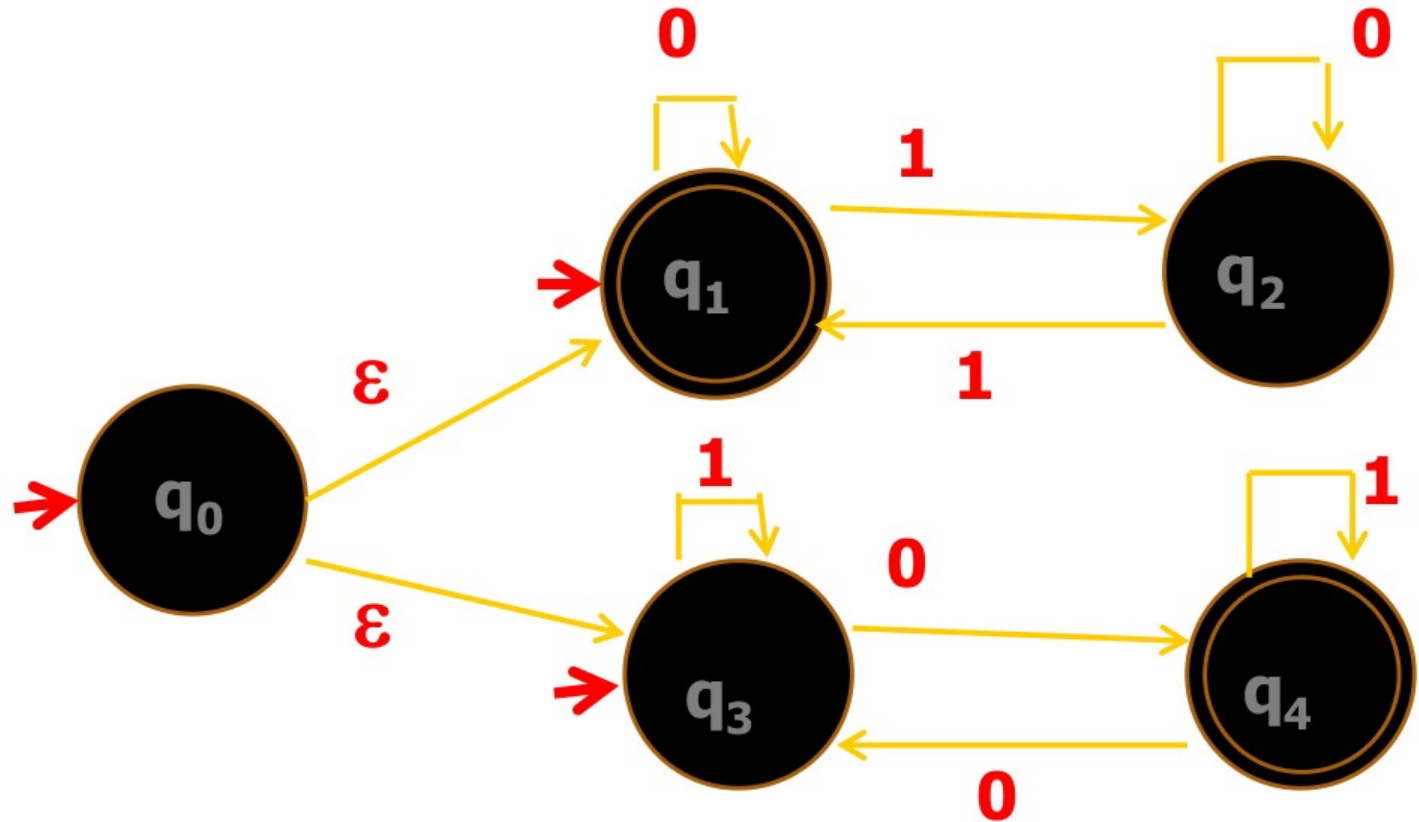
Autômatos Finitos Não-Determinísticos

Vamos construir um AFN que aceita cadeias com um número par de 1s ou ímpar de 0s a partir desses AFDs:



Autômatos Finitos Não-Determinísticos

Em geral, um AFN pode ter setas rotuladas com membros do alfabeto ou com ϵ

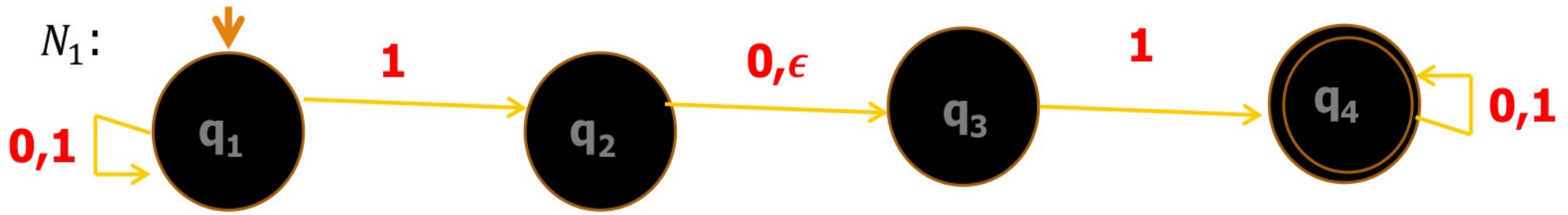


Autômatos Finitos Não-Determinísticos

Como devemos pensar no processamento de um AFN?

- No estado q_1 : Se receber '1', N_1 se divide em múltiplas cópias de si mesma e segue todas as possibilidades em paralelo
- Se existirem escolhas subsequentes, a máquina divide-se novamente
- Se o próximo símbolo de entrada não aparece em qualquer das setas, a cópia da máquina morre.
- Um estado com uma seta ϵ : sem ler qualquer entrada, a máquina divide-se em múltiplas cópias, uma seguindo cada uma das setas que tem ϵ e uma permanecendo no estado corrente.
- Finalmente, se qualquer uma dessas cópias da máquina está em um estado de aceitação no final da entrada, o AFN aceita a cadeia de entrada N_1 .

Autômatos Finitos Não-Determinísticos



Autômatos Finitos Não-Determinísticos

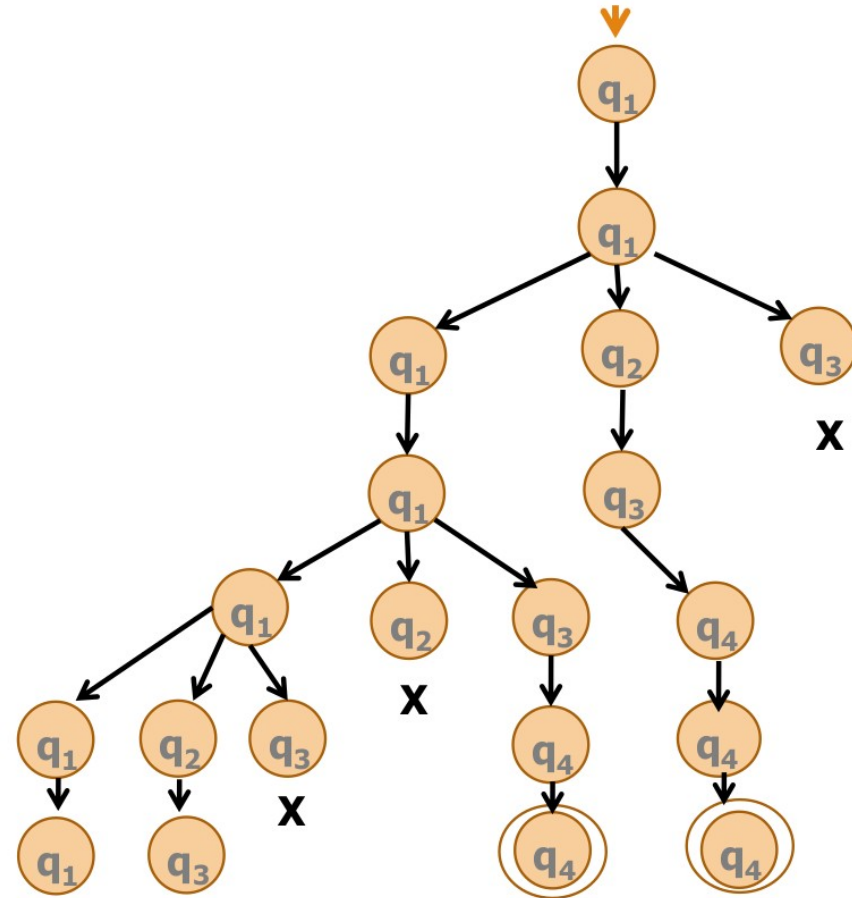
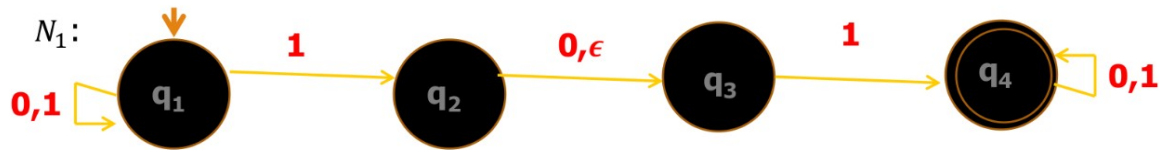
A computação em um AFN:

- Não-determinismo pode ser visto como uma espécie de computação paralela na qual múltiplos e independentes “processos” ou “threads” podem estar rodando concorrentemente.
- Se pelo menos um desses processos aceita então a computação inteira aceita

A computação em um AFN

Outra forma de pensar:
Árvore de possibilidades
Entrada: 010110

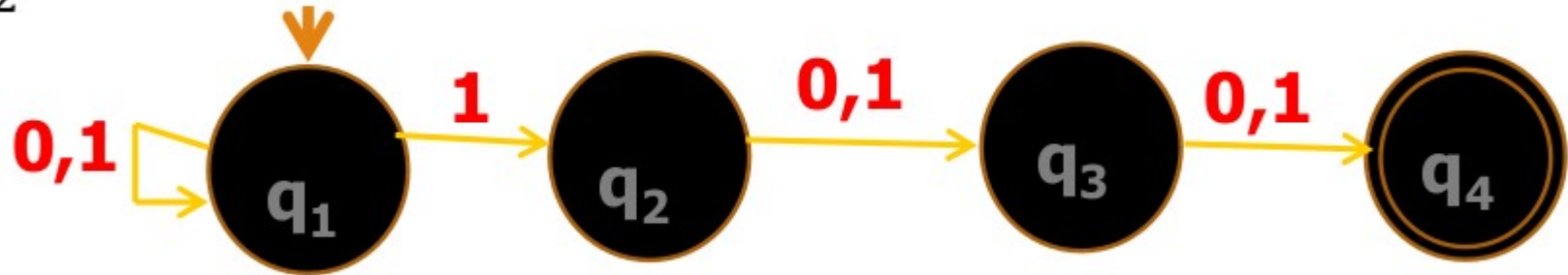
Qual linguagem N_1
reconhece? N_1 aceita todas
as cadeias que contêm 101
ou 11 como uma subcadeia



Exemplo

Seja A a linguagem consistindo de todas as cadeias sobre $\{0,1\}$ contendo um 1 na terceira posição a partir do final (por exemplo, 000100 está em A , mas 0011 não).

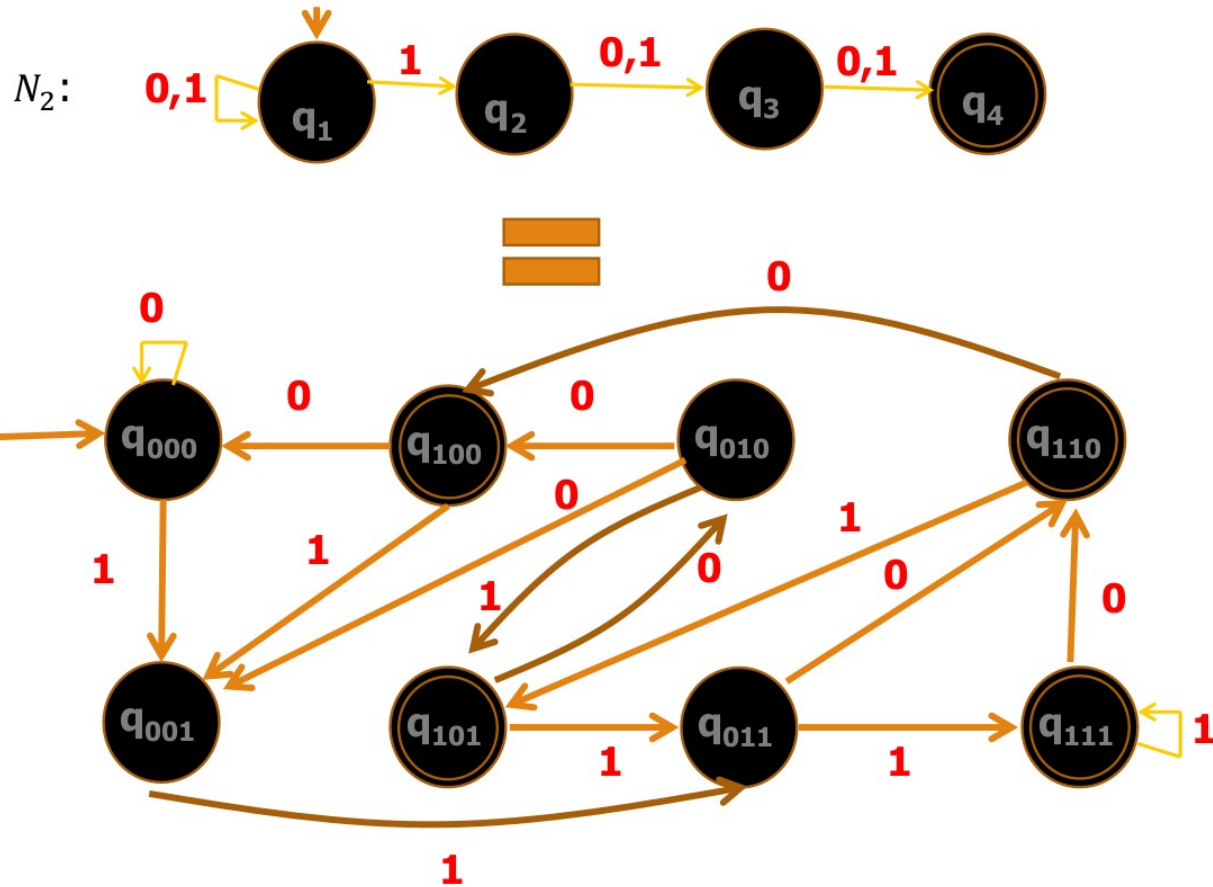
N_2 :



Utilidade dos AFNs

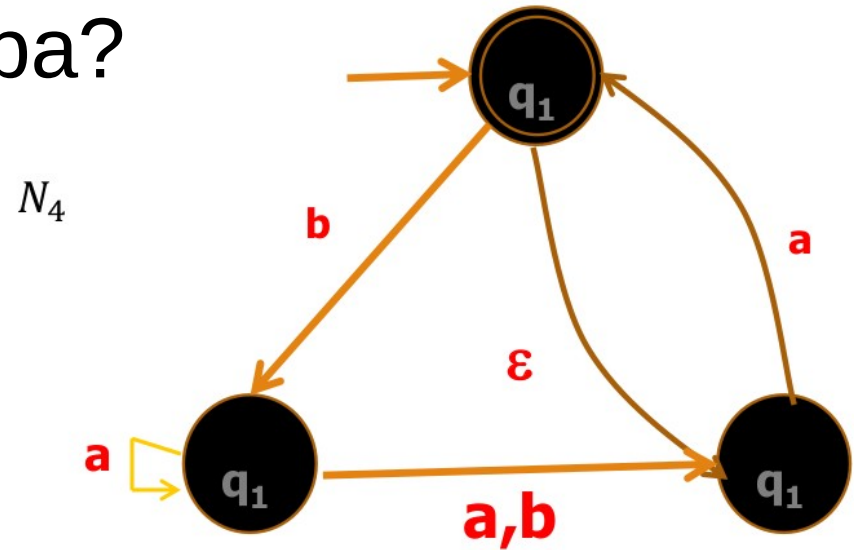
- Construir AFNs é muitas vezes mais fácil que construir diretamente AFDs.
 - Um AFN pode ser muito menor que sua contrapartida AFD;
 - Ou seu funcionamento pode ser mais fácil de entender.
- Todo AFN pode ser convertido em um AFD equivalente

Utilidade dos AFNs



Exemplo

- Esse autômato aceita as cadeias ε , a, baba e baa?
- E as cadeias b, bb, babba?

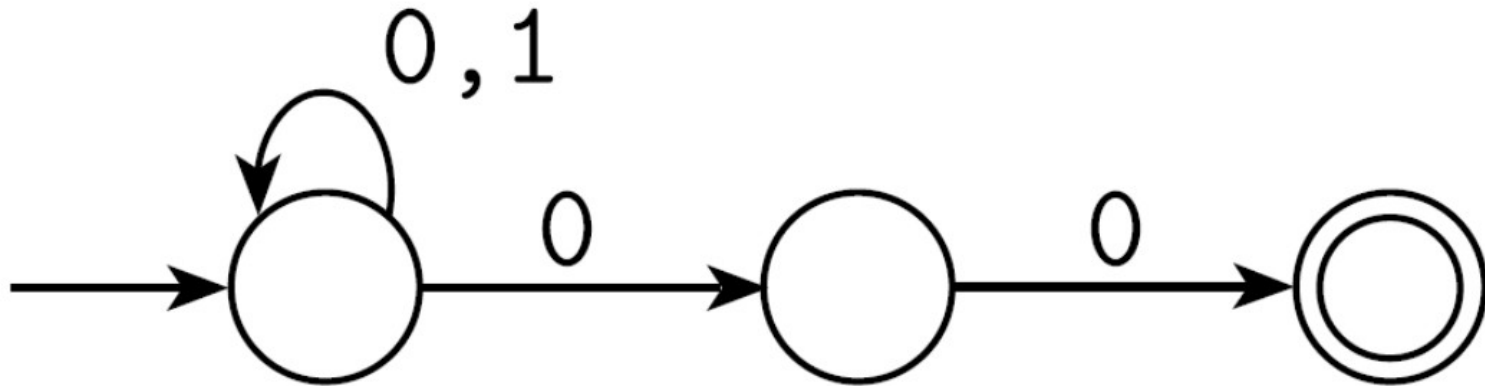


Exercícios em sala

- Dê o diagrama de estados de AFNs que reconheça a linguagem $\{w \mid w \text{ termina em } 00\}$ com três estados

Exercícios em sala

- Dê o diagrama de estados de AFNs que reconheça a linguagem $\{w \mid w \text{ termina em } 00\}$ com três estados

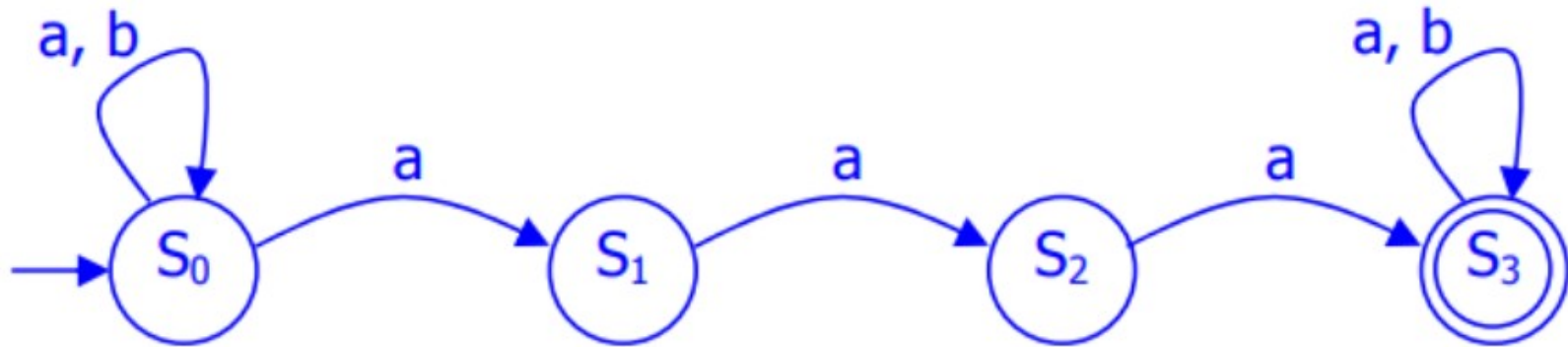


Exercícios em sala

- Desenvolva autômatos que reconheçam as seguintes linguagens. $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w \mid aaa \text{ é sub-palavra de } w\}$

Exercícios em sala

- Desenvolva autômatos que reconheçam as seguintes linguagens. $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w \mid aaa \text{ é sub-palavra de } w\}$

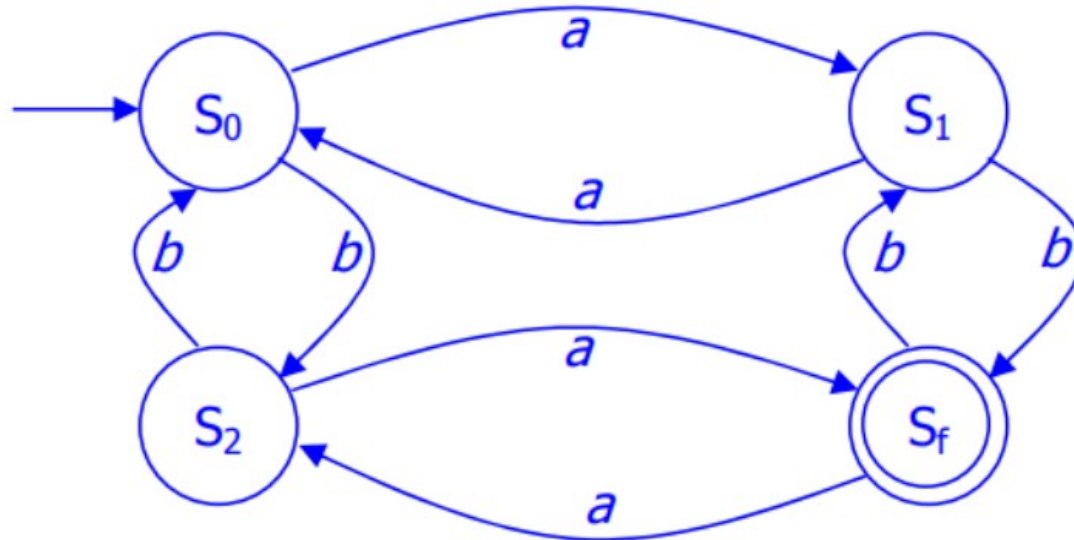


Exercícios em sala

- Desenvolva autômatos que reconheçam as seguintes linguagens. $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w \mid w \text{ possui uma quantidade ímpar de } a \text{ e de } b\}$

Exercícios em sala

- Desenvolva autômatos que reconheçam as seguintes linguagens. $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w \mid w \text{ possui uma quantidade ímpar de } a \text{ e de } b\}$

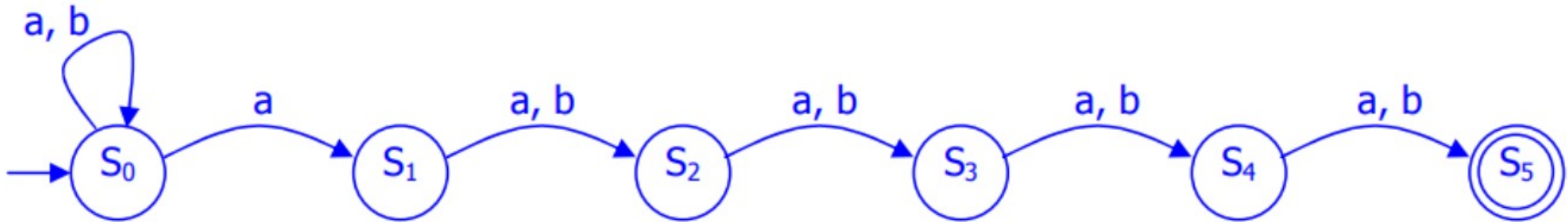


Exercícios em sala

- Desenvolva autômatos que reconheçam as seguintes linguagens. $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w \mid \text{o quinto símbolo da direita para a esquerda de } w \text{ é } a\}$

Exercícios em sala

- Desenvolva autômatos que reconheçam as seguintes linguagens. $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w \mid \text{o quinto símbolo da direita para a esquerda de } w \text{ é } a\}$



AFN: Descrição Formal

- Em um AFD a função de transição toma um estado e um símbolo de entrada e produz o próximo estado.
- Em um AFN a função de transição toma um estado e um símbolo de entrada ou a cadeia vazia e produz o conjunto de próximos estados possíveis.
- Observe que a função δ neste caso não retorna um estado, mas sim um conjunto de estados, em particular pode ser o conjunto vazio. Assim a assinatura da função deve ser $\delta: Q \times \Sigma_\epsilon \rightarrow \wp(Q)$ onde $\Sigma_\epsilon = \Sigma \cup \epsilon$.

AFN: Definição Formal

- Um autômato finito não-determinístico é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
 - Q é um conjunto finito denominado os estados,
 - Σ é um conjunto finito denominado alfabeto,
 - $\delta: Q \times \Sigma_\epsilon \rightarrow P(Q)$ é a função de transição, $P(Q)$ conjunto das partes de Q .
 - $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
 - $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação (ou finais).

Definição formal: exemplo

A definição formal desse AFN é $(Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$, onde:

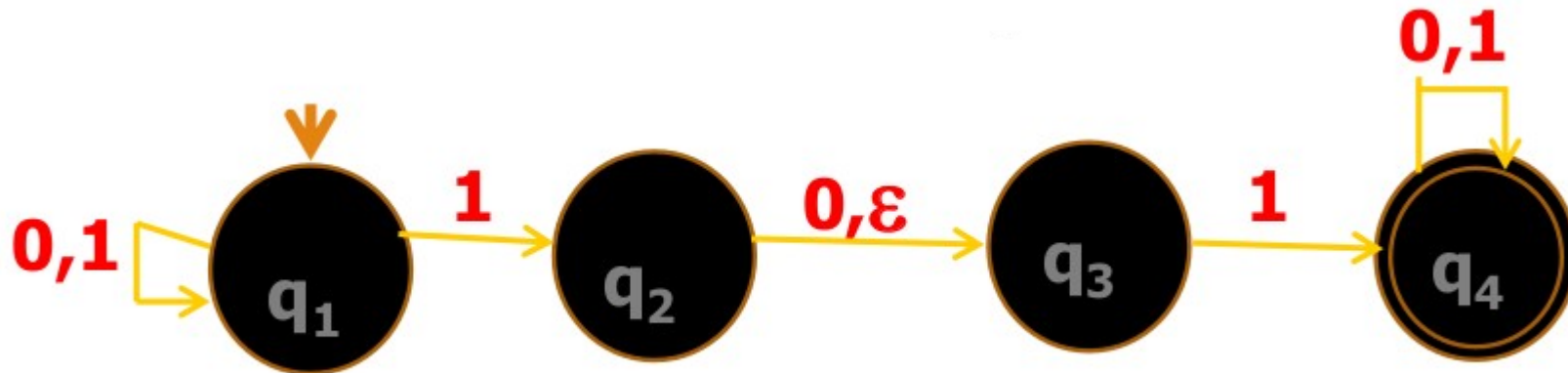
$$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

q_1 é o estado inicial

$$F = \{q_4\}$$

δ	0	1	ε
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset
q_2	$\{q_3\}$	\emptyset	$\{q_3\}$
q_3	\emptyset	$\{q_4\}$	\emptyset
q_4	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	\emptyset



Definição Formal de computação de um AFN

- Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e w uma cadeia de Σ ;
- Dizemos que N aceita w se podemos escrever $w = y_1 y_2 \dots y_n$ onde cada $y_i \in \Sigma_\varepsilon$ e uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q existe com três condições:

1. $r_0 = q_0$;

2. $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1})$, para $i = 0, \dots, n-1$;

3. $r_n \in F$.

Observe que $\delta(r_i, y_{i+1})$ é o conjunto de próximos estados permissíveis .

Referências

- PROFESSOR: LUCAS CAMBUIM do site
https://www.cin.ufpe.br/~lfsc/cursos/teoriadainformacao/unidade%201/cap%201_4%20-%20automatos%20e%20linguagem%20nao-determinismo.pdf
- Em 07/03/2020